

СТАРИННЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА СМЕШЕНИЕ ВЕЩЕСТВ

(Математика) реферативно-исследовательская работа

Выполнила: Жидоморова Анастасия,
ученица 9 класса,
МБОУ «Левинская СОШ»

Руководитель: Киреева Нина Юрьевна,
учитель математики

Левино

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
СТАРИННЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА СМЕШЕНИЕ ВЕЩЕСТВ.....	5
1. Решение задач на смешение веществ в общем виде.....	5
2. Примеры решения задач с помощью «квадрата Пирсона» на смешение двух веществ.....	6
3. Задачи на смешение трех веществ.....	8
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	10
ЛИТЕРАТУРА.....	11

ВВЕДЕНИЕ

В «Занимательной алгебре» Я.И. Перельмана есть любопытная задача под названием «В парикмахерской». В этой задаче автор рассказывает, что, заглянув однажды в парикмахерскую, он увидел, как мастера пытаются безуспешно приготовить 12%-ый раствор перекиси водорода из двух имевшихся в наличии растворов – 3%-ого и 30%-ого. Концентрацией вещества в растворе называется отношение массы этого вещества в «чистом виде» к массе раствора.

Задача, описанная Перельманом, встречается не только в парикмахерских. Например, для зарядки аккумулятора бывает необходимо приготовить электролит, который должен содержать 24% серной кислоты из двух растворов с содержанием 92% и 10% серной кислоты. На консервных заводах возникает необходимость приготовления 6%-ого уксуса для маринада из двух партий уксуса разной крепости: 3% и 10%, и т. д.

В курсе алгебры 8 класса предлагается способ решения задач на смешение веществ. Этот способ показался мне сложным. В журнале «Математика для школьников. Иду на экзамен» предлагается простой способ решения этих задач с помощью «квадрата Пирсона». Я решила изучить эту тему самостоятельно, оформив исследовательскую работу, привлекая другие источники.

Итак, **цель моей работы:** изучение старинного способа решения задач на смешение веществ с помощью «квадрата Пирсона».

В ходе реализации цели были поставлены следующие **задачи:**

1. Найти и проанализировать материал о способе решения задач на смешение веществ с помощью «квадрата Пирсона».
2. Проверить, всегда ли этот способ дает правильный результат.
3. Рассмотреть вопрос о возможности использования этого способа для смешения трех и более веществ.

Объектом исследования выступает процесс решения задач на смешение веществ.

Предметом исследования является старинный способ решения задач с помощью «квадрата Пирсона» на смеси и сплавы.

Цель и задачи работы определили ее структуру. Работа состоит из трех частей:

1. Решение задач на смешение веществ в общем виде.
2. Примеры решения задач с помощью «квадрата Пирсона» на смешение двух веществ.
3. Задачи на смешение трех веществ.

При этом используются следующие методы: сбор, анализ, систематизация информации, анализ, представление информации в графическом виде.

Так же через данную работу хочу попрактиковаться в публичных выступлениях и получить опыт работы со статьями и книгами.

СТАРИННЫЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА СМЕШЕНИЕ ВЕЩЕСТВ

1. Решение задач на смешение веществ в общем виде

Приведем старинный способ решения подобных задач так называемое «правило квадрата Пирсона». Когда придумано это правило, неизвестно, но его автором считается английский математик и статистик Карл Пирсон (1857-1936 г.г.), хотя такой способ решения задач был приведен еще в первом российском учебнике по математике, написанном Леонтием Филипповичем Магницким, изданном в 1703 году.

Решение таких задач по «методу квадрата» заключается в следующем.

Рисуют квадрат и проводят в нем две диагонали. В левом верхнем углу проставляют больший показатель концентрации исходных веществ (a), а в нижнем углу – второй показатель (b), а на пересечении диагоналей записывают требуемый показатель смеси (c). Затем по диагоналям от больших чисел отнимают меньшие и разности записывают в правых углах квадрата (рис 1). Эти числа показывают, что растворы I и II следует смешивать в отношении (c - b) к (a - c).

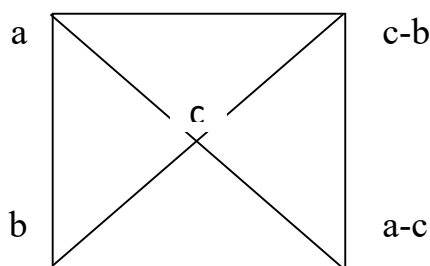


Рис. 1. «Квадрат Пирсона» для решения задачи на смеси и сплавы.

Легко проверить, что «способ квадрата» всегда дает правильный результат. Действительно, предположим, что смешиваются x г $a\%$ -ого раствора кислоты (или $\frac{a}{100}x$ г) и y г $b\%$ -ого раствора кислоты (или $\frac{b}{100}y$ г). При этом необходимо получить $c\%$ -ый раствор. Пусть для определенности $b < c < a$. Так как в полученных $(x + y)$ г смеси кислоты стало содержаться $c\%$,

то есть $(x + y) \cdot \frac{c}{100}$ г, то получаем следующее уравнение: $\frac{a}{100}x + \frac{b}{100}y = \frac{c \cdot (x + y)}{100}$.

Отсюда $\frac{x}{y} = \frac{c-b}{a-c}$. Но именно это отношение и дает старинный способ (рис 1).

2. Примеры решения задач с помощью «квадрата Пирсона» на смешение двух веществ

Рассмотрим несколько задач и решим их, используя способ квадрата.

Задача 1 «В парикмахерской». Приготовить 12%-ый раствор перекиси водорода из двух имевшихся в наличии растворов – 3%-ого и 30%-ого.

Решение: Построим «квадрат Пирсона»:

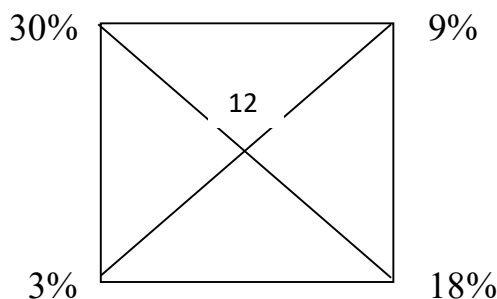


Рис. 2. «Квадрат Пирсона» для решения задачи 1.

Из построенной схемы видно, чтобы получить 12%-ый раствор перекиси водорода, нужно на 9 частей 30%-ого раствора добавить 18 частей 3%-ого раствора, то есть 3%-ого раствора взять в два раза больше. Например, чтобы приготовить 600 г требуемого раствора, нужно взять 200 г 30%-ого и 400 г 3%-ого растворов.

Ответ: 3%-ого раствора взять в два раза больше, чем 30%-ого.

Задача 2. В ювелирную мастерскую поступило два сплава золота различной пробы: 58% и 95%. Сколько граммов сплава с 95%-ным содержанием золота нужно взять, чтобы получить 37 г сплава с 70%-ным содержанием золота?

Решение: Построим «квадрат Пирсона»:

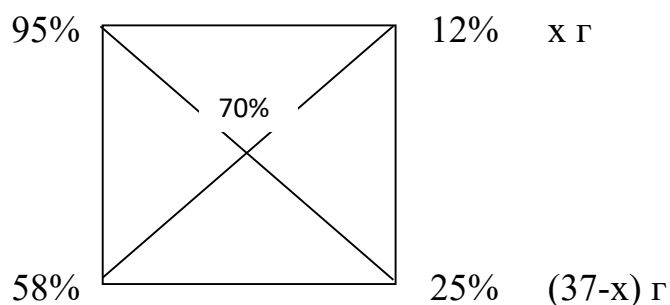


Рис. 3. «Квадрат Пирсона» для решения задачи 2.

Пусть x г сплава с 95%-ным содержанием золота нужно взять. Тогда

$$\frac{x}{37-x} = \frac{12}{25}; \quad 25x = 12(37-x); \quad 25x = 444-12x; \quad 37x = 444; \quad x = 12 \text{ (г)}.$$

Значит, мы должны взять 12 г золота 70%-ой концентрации.

Ответ: 12 г.

Задача 3. Для приготовления маринада необходим 2%-ый раствор уксуса. Сколько нужно добавить воды в 100 г 9%-го раствора уксуса, чтобы получить раствор для маринада?

Решение: Построим «квадрат Пирсона»:

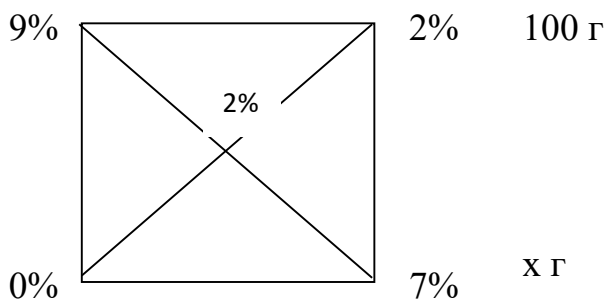


Рис. 4. «Квадрат Пирсона» для решения задачи 3.

Пусть x г воды нужно добавить, чтобы получить 2%-ый маринад. Тогда

$$\frac{100}{x} = \frac{2}{7}; \quad 2x = 700; \quad x = 350 \text{ г}.$$

Чтобы получить 2%-ый раствор уксуса, нужно добавить 350 г воды.

Ответ: 350 г.

Задача 4. Смешали некоторое количество 15%-ого раствора некоторого вещества с таким же количеством 19%-ого раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение: Построим «квадрат Пирсона»:

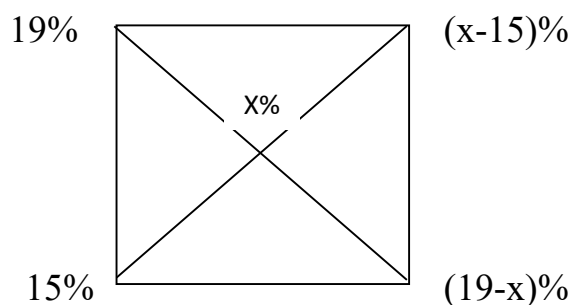


Рис. 5. «Квадрат Пирсона» для решения задачи 4.

Пусть $x\%$ составляет концентрация получившегося раствора. Тогда $\frac{x-15}{19-x} = \frac{m}{m}$; $x-15 = 19-x$; $2x = 34$; $x = 17(\%)$.

Ответ: 17%.

3. Задачи на смешение трех веществ

Задача 5. Имеется серебро 12-й, 11 и 5-й пробы. Сколько какого серебра надо взять для получения 1 кг серебра 9-й пробы?

Решение: Необходимо метод, изложенный при решении предыдущих задач, применить два раза: первый раз взяв серебро с наименьшей и наибольшей пробой, а во второй раз -- с наименьшей и средней пробой.

Получим следующую схему:

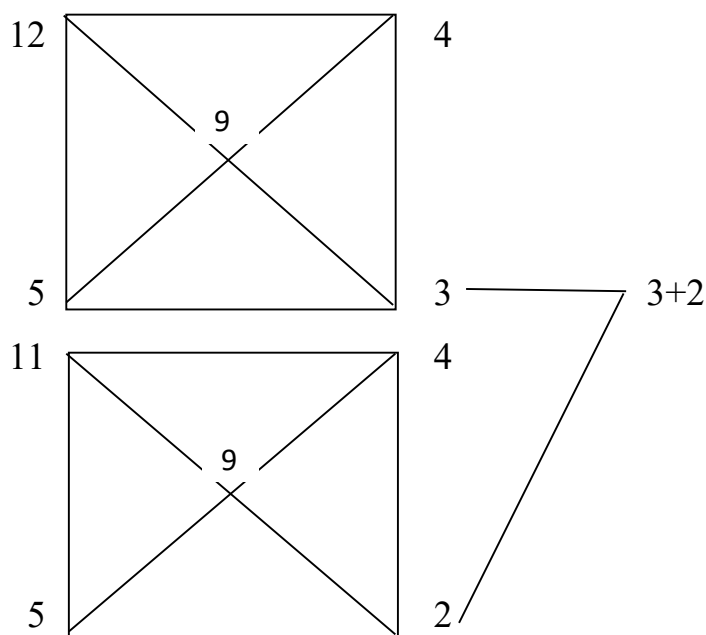


Рис. 6. «Квадрат Пирсона» для решения задачи 5.

При этом найдены доли, в которых нужно сплавлять серебро наибольшей и средней пробы (4 и 4). Сложив затем доли серебра наименьшей пробы, найденные в первый и во второй раз ($3 + 2 = 5$), получим долю серебра наименьшей пробы в общем сплаве. Общий сплав содержит 13 долей: $5+4+4 = 13$.

Таким образом, надо взять $\frac{5}{13}$ кг серебра 5-й пробы, $\frac{4}{13}$ кг серебра 12-й пробы и $\frac{4}{13}$ кг серебра 11-й пробы.

Ясно, что задачи на смешивание трех веществ могут иметь не единственное решение. Действительно, в задаче 5 серебро 9-й пробы можно получить, сплавляя серебро 5-й и 12-й пробы в отношении 3:4 (I сплав) или серебро 5-й и 11-й пробы в отношении 2:4 (II сплав). Соединяя I и II сплавы в любой пропорции, мы будем получать различные сплавы серебра 9-й пробы.

Полученные в задаче 5 числа являются одним из ответов. В самом деле, если возьмем $\frac{5}{13}$ кг серебра 5-й пробы и по $\frac{4}{13}$ кг серебра 11-й и 12-й пробы, то получим 1 кг серебра 9-й пробы: $\frac{5}{13} \cdot 5 + \frac{4}{13} \cdot 11 + \frac{4}{13} \cdot 12 = 9$.

Таким способом можно решать задачи на смешивание (сплавление) любого числа веществ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы получены следующие **основные результаты**:

- доказано, что способ квадрата при решении задач на смешивание веществ всегда дает правильный результат;
- «квадрат Пирсона» можно использовать для решения задач на смешивание двух, трех и более веществ;
- предложенный способ позволяет легче запомнить последовательность действий при решении задач на смешивание и добиться автоматизма при выполнении самих действий. В условиях, когда приходится решать много подобных задач, а также в условиях дефицита времени (например, на экзамене), этот способ позволит быстро получить верный ответ.

Результаты исследования могут использоваться на уроках математики и химии, а также во внеурочной деятельности по этим предметам. На факультативе я обязательно познакомлю своих одноклассников с «квадратом Пирсона», так как он может пригодиться при решении жизненных задач, а также на ОГЭ и ЕГЭ по математике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мардахаева Е.Л. Новое – это хорошо забытое старое или еще один метод решения коварных задач на проценты. // Математика в школе, № 3, 2010.
2. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. / под ред. Д.А. Райкова. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949.
3. Петров В.А. Процентные расчеты на ЕГЭ. // Математика для школьников. Иду на экзамен, № 2, 2006.
4. Соломатин О.Д. Старинный способ решения задач на сплавы и смеси. // Математика в школе, № 1, 1997.